

## Sujet n° 8 : théorie des groupes et théorie des nombres

Les domaines mathématiques se répartissent classiquement en deux catégories : les mathématiques pures et les mathématiques appliquées. Les premières nommées vivent pour elles-mêmes et ne se soucient en général pas de leur utilité. Les motivations des secondes sont elles, en général, la résolution ou l'aide à la résolution d'un problème concret.

On trouve dans les mathématiques pures nombres de sujets et théories dont les applications ne sont de prime abord pas évidentes voire totalement inexistantes. Parmi ces nombreux sujets, ce travail de maturité invite l'étudiant à se pencher sur la théorie des groupes et la théorie des nombres. Ces deux domaines très importants des mathématiques pures se sont a posteriori découverts de nombreux champs d'application. La théorie des groupes est présente dans passablement d'objets (Rubik's Cube, sudoku, symétrie moléculaires en chimie, ...). La théorie des nombres, en particulier l'étude des nombres premiers et de leurs propriétés, joue par exemple un rôle prépondérant en cryptage : au XXIème siècle, toute transaction sur internet voit ses données confidentielles chiffrées à l'aide de l'algorithme RSA qui fait appel à la théorie des nombres.

Ce travail de maturité va amener l'étudiant à se familiariser avec l'une de ces deux grandes théories en exposant ses fondements, le tout accompagné d'exemples illustratifs. Il sera amené à faire ses premières lectures scientifiques et à en établir une synthèse. Il prolongera par la suite sa réflexion sur le thème choisi en explorant plus en détail une de ses applications.

S'il n'existe aucun pré-requis théorique pour choisir ce travail de maturité (un élève de mathématiques niveau standard y est tout à fait éligible), une facilité et un intérêt pour la démarche scientifique sont de rigueur. On demande à l'étudiant une vraie démarche de recherche, et même s'il ne va bien sûr rien inventer et que l'on reste dans un travail de synthèse, une approche rigoureuse sera exigée pour ce travail.

Loïc Devanthéry